11) Mechanické kmitání

KMITAVÝ POHYB

= mechanické kmitání

- Těleso, které kmitá se vrací do **rovnovážné polohy** (zde nejmenší potenciální energie)
- Mechanické kmity = oscilace
- **Mechanický oscilátor** = zařízení, které kmitá bez vnějšího působení (závaží zavěšené na pružině, ustalující se hladina nebo kyvadlo)
- **Periodický kmitavý pohyb** – pohyb s periodickým průběhem (v pravidelných časových intervalech)
- **Kmit** – děj, kdy se veličiny vrátí k původním hodnotám
- **Perioda** T [s] = doba 1 kmitu
- **Frekvence** (kmitočet) = počet kmitů za sekundu

  $f = \frac{1}{T}$ [f] = s^{-1} = Hz (hertz)

KINEMATIKA KMITAVÉHO BODU

- Nerovnoměrný pohyb:

a) V krajních polohách se na chvíli zastavuje (nulová rychlost), potenciální energie pružnosti největší (kinetická energie největší)
b) Z krajní polohy do rovnovážné polohy – pohyb zrychlený (v rovnovážné poloze rychlost největší, v krajní poloze největší zrychlení)
c) Z rovnovážné polohy do polohy krajní – pohyb zpomalený
d) Skrz rovnovážnou polohu největší rychlost a kinetická energie (potenciální energie pružnosti nulová)

- **(Okamžitá) výchylka** (y) = vzdálenost od rovnovážné polohy
- **Amplituda** (y_m) = maximální výchylka
- U reálného oscilátoru se amplituda výchylky postupně zmenšuj, až volné kmitání zanikne (mechanické energie oscilátoru se přemění v jinou formu energie)
- Časový diagram – vyjadřuje závislost okamžité výchylky na čase

ENERGIE OSCILÁTORU

$$E = \frac{1}{2}ky_m^2 = \frac{1}{2}mv_m^2$$

$$= \frac{1}{2}ky^2(t) + \frac{1}{2}mv^2(t)$$

FÁZE HARMONICKÉHO POHYBU

- Harmonický kmitavý pohyb = přímočarý kmitavý pohyb hmotného bodu: časový diagram je sinusoida (kosinusoida), lze si představit jako pohyb po kružnici

$$y = y_m \sin(\varphi + \varphi_0)\,(t) = \boldsymbol{y_m \sin(\omega t + \varphi_0)}$$

ROVNICE HARMONICKÉHO POHYBU

(t) v čase t

$\varphi(t)$ fáze harmonického pohybu = ωt
φ_0 počáteční fáze (v čase t=0)
$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ fázový rozdíl dvou kmitů
ω [rad × s^{-1}] úhlová frekvence (= úhel, který hmotný bod urazí za jednotku času)

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$v = \omega \cdot y_m \cdot \cos \omega t$$

Rychlost harmonického pohybu (největší v rovnovážné poloze, v amplitudě nulová)

$v_m = \omega \times y_m$ Maximální hodnota okamžité rychlosti

$a_m = \omega^2 \times y_m$ **Amplituda zrychlení** (největší zrychlení harmonického pohybu)

DYNAMIKA KMITAVÉHO POHYBU – PRUŽINA

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx$$

Při elastické deformaci (materiál se vrátí do původního tvaru) pružiny podle Hookova zákona $F_p = -$ky.

k tuhost pružiny (konstanta)

y výchylka

Z čehož lze odvodit:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

DYNAMIKA KMITAVÉHO POHYBU – KYVADLO

Kyvadlo = těleso zavěšené nad těžištěm, které kmitá kolem své rovnovážné polohy po kruhovém oblouku, jehož středem je osa, která prochází závěsem

Matematické kyvadlo – hmotný bod zavěšený na konci lanka o zanedbatelné hmotnosti

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}; T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

SLOŽENÉ KMITÁNÍ

Princip superpozice – Koná-li hmotný bod více kmitů stejného směru, pak jeho okamžitá výchylka je rovna součtu jednotlivých výchylek.

$$y = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots$$

- Skládáme-li kmitání stejné frekvence – výsledné kmitání je harmonické
- Pokud $f_1 \neq f_2$ vzniká složené kmitání které není harmonické, ale pokud je poměr jejich period celé číslo, kmitání je periodické
- Skládáním harmonických pohybů velmi blízkých frekvencí vznikají rázy

TLUMENÉ KMITÁNÍ

- Amplituda postupně klesá, dokud kmitání nezanikne
- Vliv: tření, prostředí, deformaci oscilátoru

NETLUMENÉ KMITÁNÍ

- Amplituda se nemění (nepůsobí žádné brzdící síly)

NUCENÉ KMITÁNÍ, REZONANCE

Nucené kmitání

- Vzniká působením vnější periodické síly na mechanický oscilátor
- Frekvence kmitů = frekvence působící síly
- Kmitání oscilátoru je netlumené
- Např.: driblování s míčem při basketbalu (ztracenou E obnovujeme pravidelnými údery ruky a nutíme tím míč vyskočit do původní polohy)

Rezonance

- Je-li úhlová frekvence ω nucených kmitů = frekvence ω_0 vlastních kmitů oscilátoru, pak amplituda kmitů dosáhne největší hodnoty a dochází k rezonančnímu zesílení
- Při rezonanci lze i malou silou vyvolat velké amplitudy
- **Rezonanční křivka** = graf vyjadřující závislost amplitudy výchylky y_m nuceného kmitání na jeho úhlové frekvenci ω
- Příklady: rozkmitání mostu při přechodu vojáků, chvění oken při přeletu letadla, rozkmitání rezonančních desek hudebních nástrojů